

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КРУТИЛЬНО-КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА КЛЕТИ ДУО-450

# 07, июль 2017

Мальцев А. А.

УДК: 621.771

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

[a.a.mal@mail.ru](mailto:a.a.mal@mail.ru)

### Введение

В статье предложена перекомпоновка электропривода рабочей клетки дуо-450 (табл.1), взятой из черновой группы 18-клетьевого сортового стана «280» конструкции ВНИИМЕТМАШ [1], построена крутильно-колебательная модель нового электропривода и приведены результаты расчета ее инерционно-упругих параметров с целью реализации компьютерного моделирования в среде MathCAD.

**Таблица 1.** Техническая характеристика вертикальных (В) и горизонтальных (Г) клетей

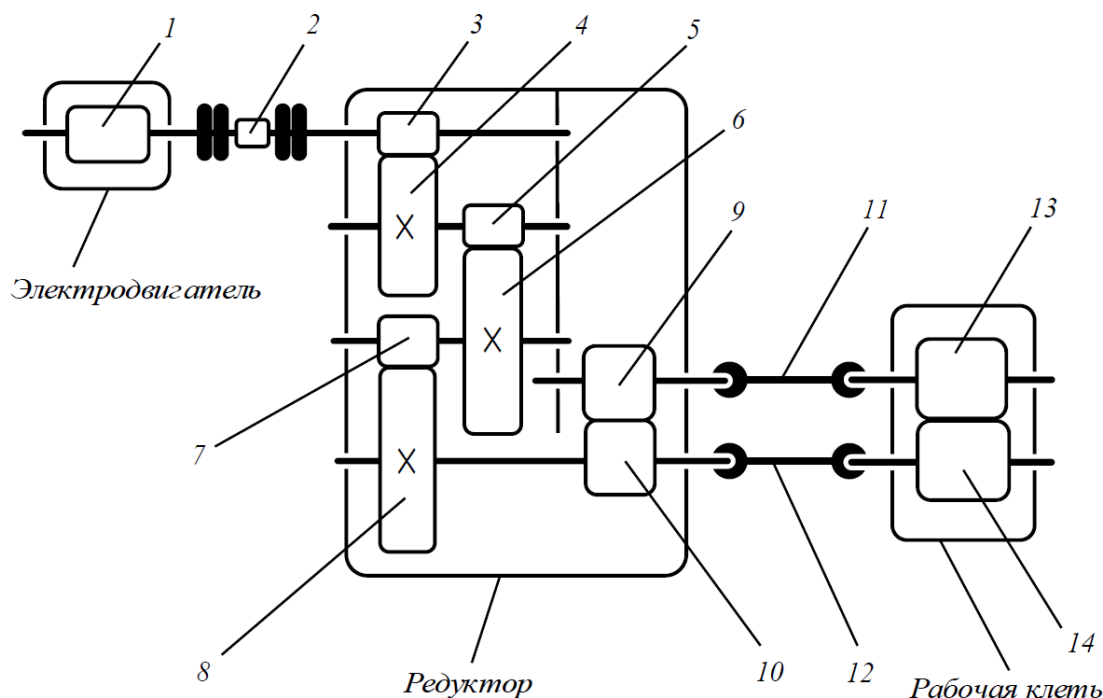
Клеть			Группа	Момент прокатки, не более кН·м	Частота вращения валка об/мин
Номер	Название	Тип			
1	Дуо-560	Г	Черновая	155,6	5,4 – 6,5
2	Дуо-560	В	Черновая	122,0	7,5 – 9,1
3	Дуо-450	Г	Черновая	92,0	12,5 – 27,8
4	Дуо-450	В	Черновая	84,0	16,7 – 38,7
5	Дуо-450	Г	Черновая	92,0	12,5 – 27,8
6	Дуо-450	В	Черновая	84,0	16,7 – 38,7
7	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
8	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
9	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
10	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
11	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
12	Дуо-380	Г	Промежуточная	24,0	50 – 215
13	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960
14	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960
15	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960
16	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960
17	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960
18	Дуо-280	Г	Чистовая	11,0	274 – 960

Сортамент мелкосортного стана «280» производительностью 250 тыс. т/год включает арматурный (№12...32), круглый (Ø 12...40 мм), квадратный (12...30 мм) и шестигранный (14...30 мм) прокат (<http://www.gupl pz.ru/buyers/Index.php>).

Для кинематического расчета и компоновки электропривода рабочей клетки дуо-450 выбраны следующие исходные данные:

Диаметр бочки рабочего валка, $D_{\text{боч}}$ , мм .....	450
Момент прокатки $M_{\text{п}}$ , кН·м .....	92
Частота вращения валка $n$ , об/мин .....	15

Правильность составления кинематической схемы всего электропривода и комбинированного редуктора (рис. 1) подтверждена чертежами.



**Рис. 1.** Кинематическая схема группового электропривода:

1 — ротор; 2 — измерительный вал с муфтами; 3 — приводной вал-шестерня; 4 — зубчатое колесо первой ступени; 5 — вал-шестерня второй ступени; 6 — зубчатое колесо второй ступени; 7 — вал-шестерня третьей ступени; 8 — зубчатое колесо третьей ступени; 9, 10 — ведомый и ведущий валы-шестерни; 11, 12 — верхний и нижний шпиндели; 13, 14 — верхний и нижний рабочие валки

### Перекомпоновка электропривода

По каталогу (<http://www.evroprivod.ru/files/misc/catalogelevator.pdf>) ООО фирмы «Сибирский Тракт» найден 3-фазный асинхронный электродвигатель типа А355МЛА8 (рис.2) со следующими техническими характеристиками:

Мощность $P_{\text{А355МЛА8}}$ , кВт .....	200
Частота вращения $n_{\text{А355МЛА8}}$ , об/мин .....	743
Момент инерции ротора $J_{\text{А355МЛА8}}$ , кг·м <sup>2</sup> .....	10,5

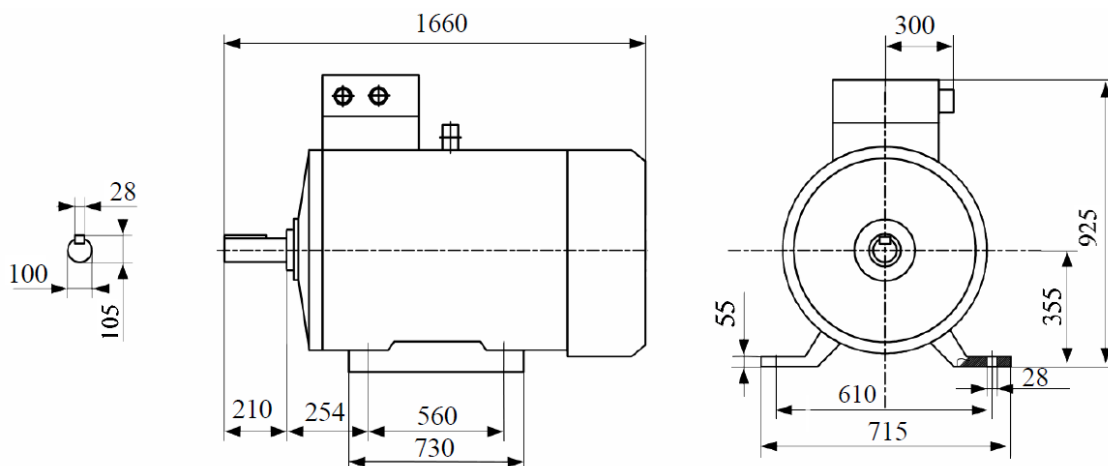


Рис. 2. Габаритный чертеж электродвигателя типа А355МLА8

Для контроля крутящего момента между электродвигателем и редуктором установлена комбинация (рис.3), изготовленная немецкой компанией «KTR» (<https://www.ktr.com/ru/>) и состоящая из измерительного вала типа DATAFLEX® 85/5000 и двух стальных пластинчатых муфт RADEX®-115, имеющая такие технические характеристики:

Номинальный крутящий момент вала $M_{DATAFLEX}$ , Н·м .....	5 000
Номинальный крутящий момент муфты $M_{RADEX}$ , Н·м .....	9 000
Крутильная жесткость вала $C_{DATAFLEX}$ , Н·м/рад .....	818 570
Крутильная жесткость комбинации $C_{DFR}$ , Н·м/рад .....	556 000
Осевой момент инерции вала $J_{DATAFLEX}$ , кг·м <sup>2</sup> .....	0,01679
Осевой момент инерции комбинации $J_{DFR}$ , кг·м <sup>2</sup> .....	0,4735

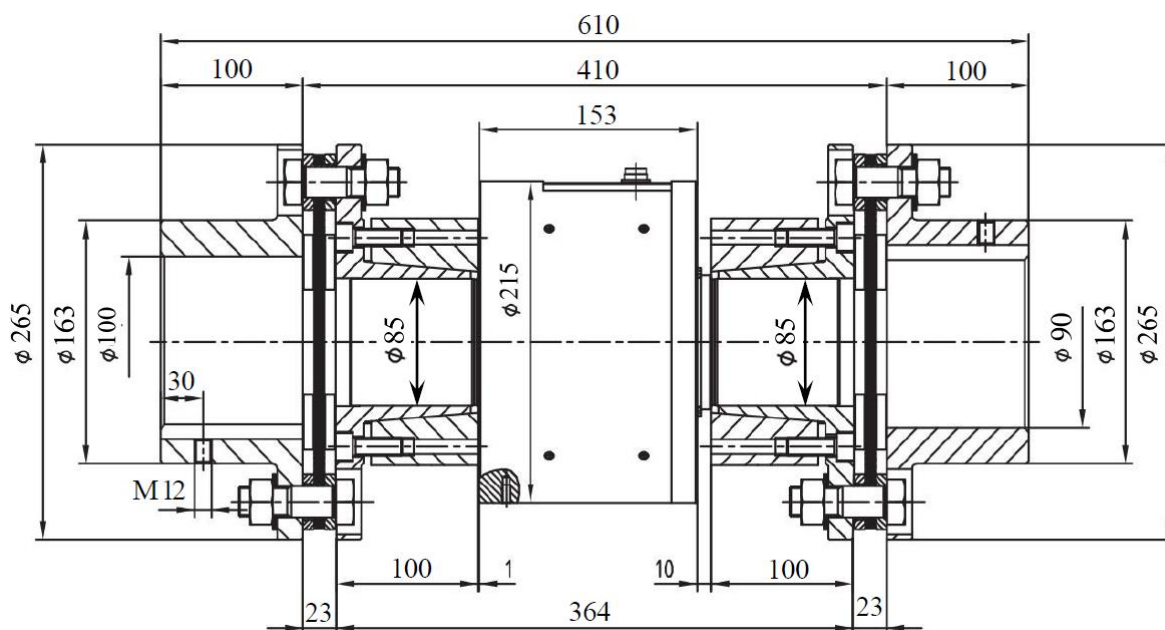


Рис. 3. Комбинация вала DATAFLEX® 85/5000 и муфт RADEX®-115

Соединить выходной вал комбинированного редуктора диаметром 200 мм с приводным концом рабочего вала диаметром 190 мм можно при помощи универсального шпинделя типа Ш5-1370 (рис.4), найденного по каталогу товаров на официальном сайте ОАО «ЭЗТМ» (<http://www.eztm.ru/catalog/>).

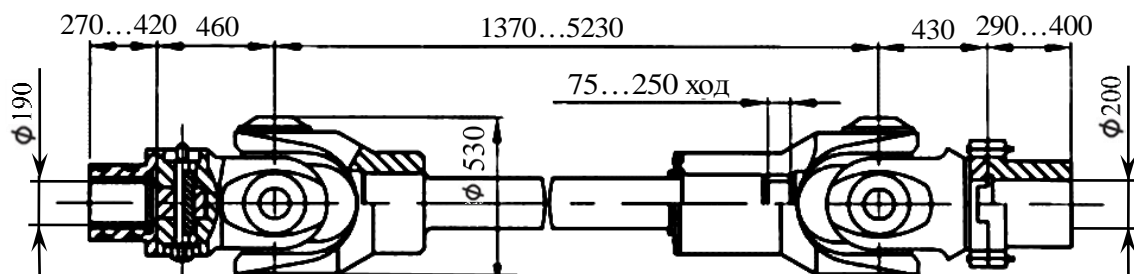


Рис. 4. Универсальный шпиндель Ш5-1370 на подшипниках качения

Общий КПД главной линии сортопрокатной клетки

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_{\text{п.рот}}^2 \cdot \eta_{\text{муф}} \cdot \eta_{\text{цзп}}^4 \cdot \eta_{\text{шар}}^4 \cdot \eta_{\text{п.влк}}^4 = 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 0,98^4 \cdot 0,99^4 \approx 0,75, \quad (1)$$

где  $\eta_{\text{п.рот}}$  — КПД подшипника ротора электродвигателя;  $\eta_{\text{муф}}$  — КПД муфты;  $\eta_{\text{цзп}}$  — КПД закрытой цилиндрической зубчатой передачи с опорами;  $\eta_{\text{шар}}$  — КПД шарнира зубчатого шпинделя;  $\eta_{\text{п.влк}}$  — КПД подшипника рабочего вала.

Скомпонованный электропривод нужно рассматривать как регулируемую электромеханическую систему [3, 4]; он должен быть и достаточно прочным, чтобы выдерживать как статические, так и крутильно-колебательные нагрузки, и достаточно жестким для выпуска качественной продукции.

### Построение динамической модели

От кинематической схемы электропривода переходят к построению его 4-массовой крутильно-колебательной модели с разветвленной структурой (рис.5).

Параметрами крутильно-колебательной модели являются приведенные к ротору электродвигателя моменты инерции  $J_A, J_B, J_C, J_D$  и угловые координаты  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$  вращающихся масс, сосредоточенных в точках  $A, B, C, D$ , а также приведенные внешние  $M_A, M_C, M_D$  и внутренние  $M_{AB}, M_{BC}, M_{BD}$  моменты.

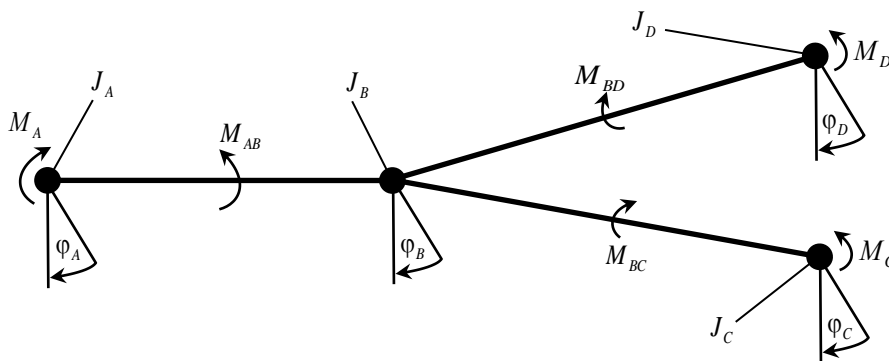
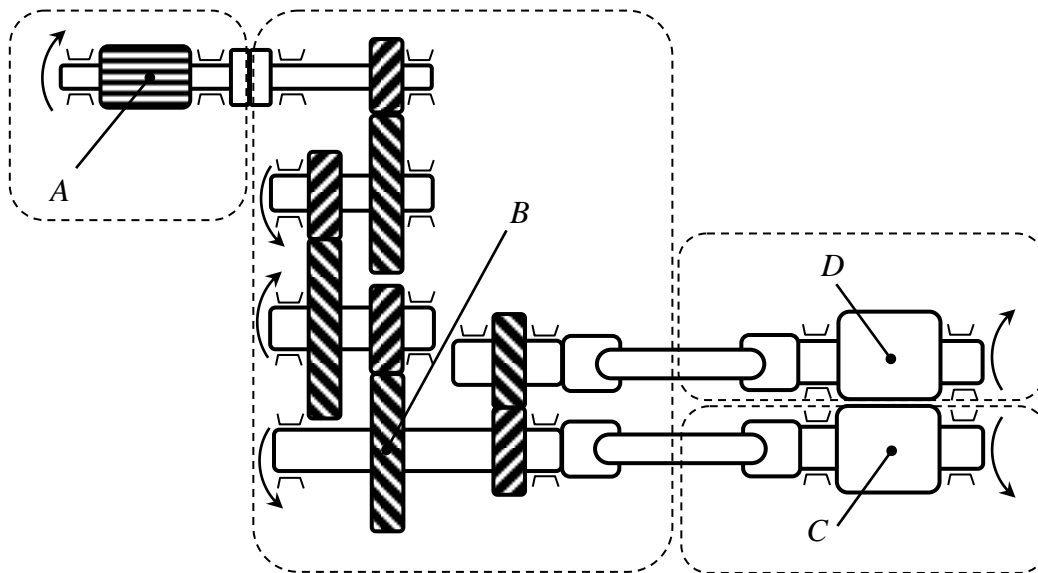


Рис. 5. Расчетная крутильно-колебательная схема электропривода

Дифференциальные уравнения движения четырех масс записывают на основании уравнений Лагранжа II рода:

$$\begin{cases} J_A \frac{d^2 \varphi_A(t)}{dt^2} + M_{AB}(t) = M_A; \\ J_B \frac{d^2 \varphi_B(t)}{dt^2} - M_{AB}(t) + M_{BC}(t) + M_{BD}(t) = 0; \\ J_C \frac{d^2 \varphi_C(t)}{dt^2} - M_{BC}(t) = -M_C; \\ J_D \frac{d^2 \varphi_D(t)}{dt^2} - M_{BD}(t) = -M_D, \end{cases} \quad (2)$$

где  $t$  — время;  $M_{AB}, M_{BC}, M_{BD}$  — моменты сил упругости, возникающие в связях  $AB, BC$  и  $BD$  при деформации кручения;

$$\begin{aligned}
M_{AB}(t) &= C_{AB} [\varphi_A(t) - \varphi_B(t)] + \beta_{AB} \left[ \frac{d\varphi_A(t)}{dt} - \frac{d\varphi_B(t)}{dt} \right]; \\
M_{BC}(t) &= C_{BC} [\varphi_B(t) - \varphi_C(t)] + \beta_{BC} \left[ \frac{d\varphi_B(t)}{dt} - \frac{d\varphi_C(t)}{dt} \right]; \\
M_{BD}(t) &= C_{BD} [\varphi_B(t) - \varphi_D(t)] + \beta_{BD} \left[ \frac{d\varphi_B(t)}{dt} - \frac{d\varphi_D(t)}{dt} \right];
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $C_{AB}, C_{BC}, C_{BD}$  и  $\beta_{AB}, \beta_{BC}, \beta_{BD}$  — угловые жесткости связей и демпферы.

Для учета люфтов  $\Delta_{AB}, \Delta_{BC}, \Delta_{BD}$  вводят углы закручивания упругих связей

$$\begin{aligned}
\psi_{AB}(t) &= \begin{cases} \varphi_A(t) - \varphi_B(t) - \frac{\Delta_{AB}}{2}, & \text{при } \varphi_A(t) - \varphi_B(t) \geq \frac{\Delta_{AB}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{AB}}{2} < \varphi_A(t) - \varphi_B(t) < \frac{\Delta_{AB}}{2}; \\ \varphi_A(t) - \varphi_B(t) + \frac{\Delta_{AB}}{2}, & \text{при } \varphi_A(t) - \varphi_B(t) \leq -\frac{\Delta_{AB}}{2}; \end{cases} \\
\psi_{BC}(t) &= \begin{cases} \varphi_B(t) - \varphi_C(t) - \frac{\Delta_{BC}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_C(t) \geq \frac{\Delta_{BC}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{BC}}{2} < \varphi_B(t) - \varphi_C(t) < \frac{\Delta_{BC}}{2}; \\ \varphi_B(t) - \varphi_C(t) + \frac{\Delta_{BC}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_C(t) \leq -\frac{\Delta_{BC}}{2}; \end{cases} \\
\psi_{BD}(t) &= \begin{cases} \varphi_B(t) - \varphi_D(t) - \frac{\Delta_{BD}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_D(t) \geq \frac{\Delta_{BD}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{BD}}{2} < \varphi_B(t) - \varphi_D(t) < \frac{\Delta_{BD}}{2}; \\ \varphi_B(t) - \varphi_D(t) + \frac{\Delta_{BD}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_D(t) \leq -\frac{\Delta_{BD}}{2}. \end{cases}
\end{aligned} \tag{4}$$

Другая форма записи выражения (4) имеет вид [2]

$$\Psi_{AB} = \begin{cases} 0, & \text{при } |\varphi_A - \varphi_B| \leq \frac{\Delta_{AB}}{2}; \\ \varphi_A - \varphi_B - \frac{\Delta_{AB}}{2} \cdot \text{sign}(\varphi_A - \varphi_B) & \text{при } |\varphi_A - \varphi_B| > \frac{\Delta_{AB}}{2}; \end{cases}$$

$$\Psi_{BC} = \begin{cases} 0, & \text{при } |\varphi_B - \varphi_C| \leq \frac{\Delta_{BC}}{2}; \\ \varphi_B - \varphi_C - \frac{\Delta_{BC}}{2} \cdot \text{sign}(\varphi_B - \varphi_C) & \text{при } |\varphi_B - \varphi_C| > \frac{\Delta_{BC}}{2}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\Psi_{BD} = \begin{cases} 0, & \text{при } |\varphi_B - \varphi_D| \leq \frac{\Delta_{BD}}{2}; \\ \varphi_B - \varphi_D - \frac{\Delta_{BD}}{2} \cdot \text{sign}(\varphi_B - \varphi_D) & \text{при } |\varphi_B - \varphi_D| > \frac{\Delta_{BD}}{2}. \end{cases}$$

Здесь  $\text{sign}(\psi)$  — кусочно-постоянная функция «сигнум»;

$$\text{sign}(\psi) = \begin{cases} 1, \psi > 0; \\ 0, \psi = 0; \\ -1, \psi < 0. \end{cases}$$

Таким образом, углы закручивания связей с учетом люфтов представляют в виде кусочно-линейных функций разностей угловых координат (рис.6):

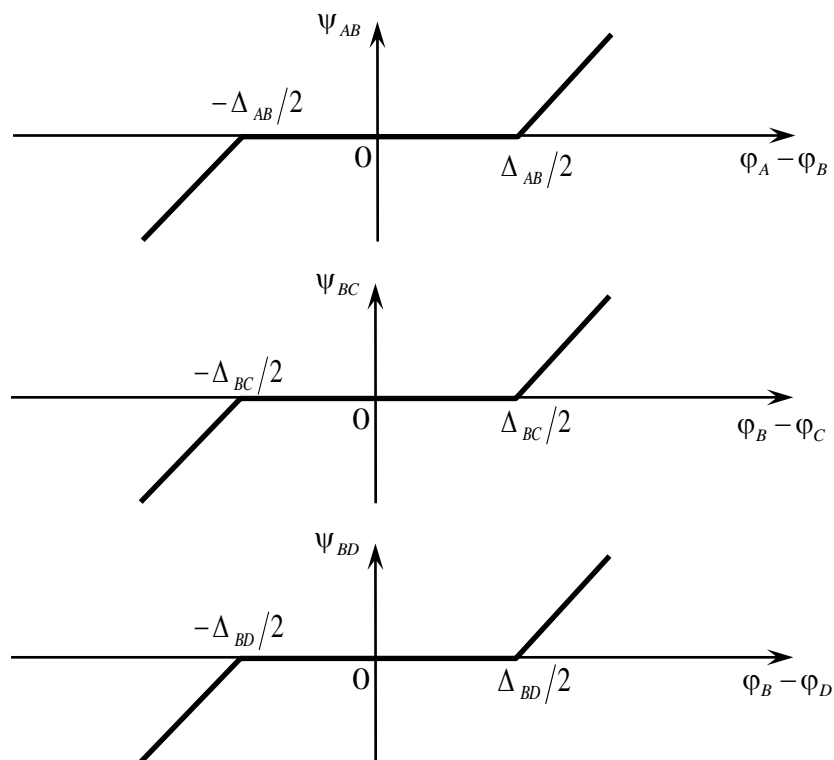


Рис. 6. Кусочно-линейные функции разностей угловых координат

Приведенные к выходному валу электродвигателя внешние моменты  $M_A, M_C, M_D$ , приложенные к крутильно-колеблющимся массам, задают как экспоненциально-линейные функции времени (рис.7):

$$M_A = M_3 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{0,03}\right) \right];$$

$$M_C = \frac{0,6M_{\Pi}}{U_{ред} \eta_{общ}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{0,03}\right) \right];$$

$$M_D = \frac{0,4M_{\Pi}}{U_{ред} \eta_{общ}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{0,03}\right) \right],$$
(6)

где коэффициент 0,03 связан со временем  $T_{зах}$  захвата заготовки рабочими валками;

$$T_{зах} = \frac{\alpha_{зах}}{\omega} = \alpha_{зах} \frac{60}{2\pi n} = \frac{0,31}{1,57} = 0,2 \text{ с.}$$

Время прокатки  $T_{\Pi}$  и угол захвата заготовки  $\alpha_{зах}$  рабочими валками должны быть известны из курсового и дипломного проектирования рабочей клетки дуо-450.

Передаточное отношение редуктора равно произведению передаточных отношений четырех ступеней:  $U_{ред} = U_1 \cdot U_2 \cdot U_3 \cdot U_4 = 2,11 \cdot 5,1 \cdot 4,6 \cdot 1 = 49,5$ .

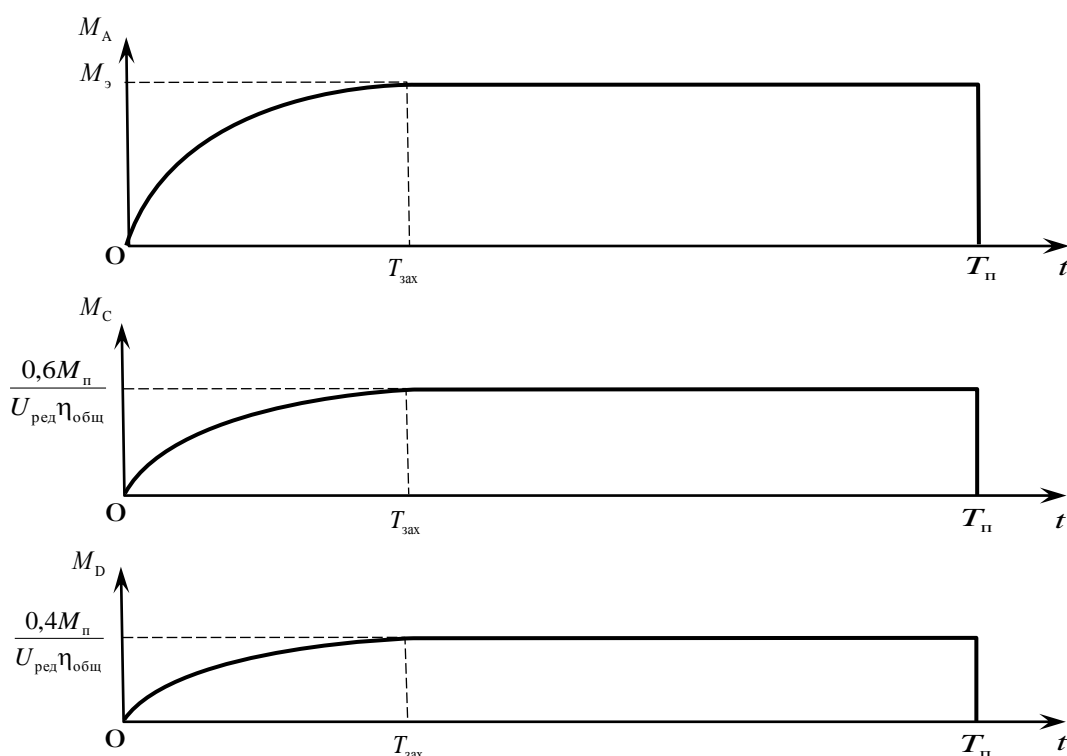


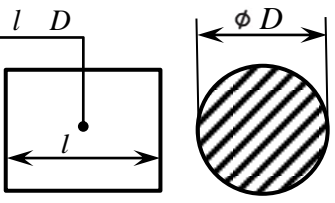
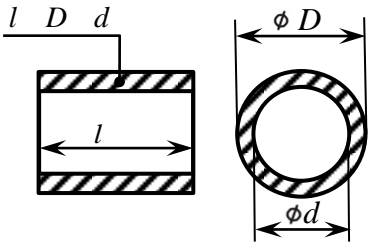
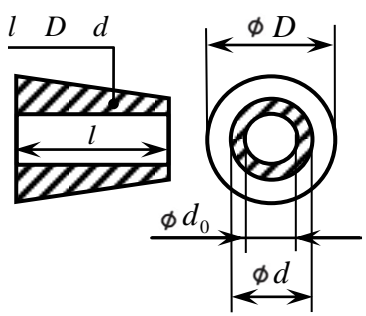
Рис. 7. Экспоненциально-линейные функции внешних моментов



## Идентификация инерционных параметров модели

Лучше всего поддаются идентификации инерционно-упругие параметры  $J_A, J_B, J_C, J_D$  и  $C_{AB}, C_{BC}, C_{BD}$ , которые вычисляют, изучив деталировочные чертежи и проанализировав каталожные данные. Каждую вращающуюся деталь, имеющую форму многоступенчатого вала, условно разбивают на элементарные цилиндрические и конические участки с известными геометрическими характеристиками (табл.2).

**Таблица 2.** Инерционно-упругие характеристики элементарных участков валов

Эскиз вала	Осевой момент инерции $J$	Угловая крутильная жесткость $C$
Сплошной круглый цилиндр		
	$\frac{\pi}{32} \rho_{\text{стл}} D^4 l;$ $\rho_{\text{стл}} = 7800 \text{ кг/м}^3$	$\frac{\pi}{32} G_{\text{стл}} \frac{D^4}{l};$ $G_{\text{стл}} = 8 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$
Полый толстостенный круглый цилиндр		
	$\frac{\pi}{32} \rho_{\text{стл}} l (D^4 - d^4);$ $\rho_{\text{стл}} - \text{плотность стали}$	$\frac{\pi}{32} G_{\text{стл}} \frac{D^4 - d^4}{l};$ $G_{\text{стл}} - \text{модуль сдвига для стали}$
Сплошной усеченный конус		
	$\frac{\pi}{160} \rho_{\text{стл}} l \left( \frac{D^5 - d^5}{D - d} - 5d_0^4 \right)$	$\frac{\pi}{32} G_{\text{стл}} \frac{d^4 - d_0^4}{l} \cdot \frac{3}{\frac{d}{D} + \frac{d^2}{D^2} + \frac{d^3}{D^3}}$

Приняв для зубчатого колеса коэффициент распределения массы  $K_m$  равным 0,16, вычисляют осевые моменты инерции  $J_{\text{зк}}$  зубчатых колес комбинированного редуктора (табл.3) и осевые моменты инерции  $J_{\text{вш}}$  многоступенчатых стальных валов-шестерней (рис.8):

$$J_{зк1} = K_m \frac{\pi}{4} m_{зк1} D_{зк1}^2 = 0,16 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 89 \cdot 0,477^2 = 2,545 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{зк2} = K_m \frac{\pi}{4} m_{зк2} D_{зк2}^2 = 0,16 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 515 \cdot 0,847^2 = 46,428 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{зк3} = K_m \frac{\pi}{4} m_{зк3} D_{зк3}^2 = 0,16 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1390 \cdot 1,134^2 = 224,621 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{вш1} = \sum J = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \sum D^4 l = \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot (0,090^4 \cdot 0,160 + 0,120^4 \cdot 0,082 +$$

$$+ 0,130^4 \cdot 0,200 + 0,237^4 \cdot 0,130 + 0,130^4 \cdot 0,200) = 0,423 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{вш2} = \sum J = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \sum D^4 l = \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot (0,120^4 \cdot 0,166 + 0,140^4 \cdot 0,032 +$$

$$+ 0,185^4 \cdot 0,230 + 0,140^4 \cdot 0,300 + 0,175^4 \cdot 0,025 +$$

$$+ 0,160^4 \cdot 0,120 + 0,140^4 \cdot 0,032 + 0,120^4 \cdot 0,166) = 0,444 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad (7)$$

$$J_{вш3} = \sum J = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \sum D^4 l = \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot (0,200^4 \cdot 0,222 + 0,274^4 \cdot 0,350 +$$

$$+ 0,219^4 \cdot 0,095 + 0,206^4 \cdot 0,218 + 0,200^4 \cdot 0,242) = 2,547 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{вш4} = \sum J = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \sum D^4 l = \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot (0,200^4 \cdot 0,745 + 0,220^4 \cdot 0,085 +$$

$$+ 0,240^4 \cdot 0,245 + 0,474^4 \cdot 0,300 + 0,316^4 \cdot 0,525 + 0,280^4 \cdot 0,345 +$$

$$+ 0,240^4 \cdot 0,245) = 19,539 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{вш5} = \sum J = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \sum D^4 l = \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot (0,200^4 \cdot 0,745 + 0,220^4 \cdot 0,085 +$$

$$+ 0,240^4 \cdot 0,245 + 0,474^4 \cdot 0,300 + 0,240^4 \cdot 0,245) = 13,907 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Таблица 3. Характеристика зубчатых колес комбинированного редуктора

Деталь	Материал	Масса, $m_{зк}$ кг	Диаметр (max) $D_{зк}$ , мм
Зубчатое колесо 1 ступени	Сталь 35ХМ	89	477
Зубчатое колесо 2 ступени	Сталь 35ХМ	515	847
Зубчатое колесо 3 ступени	Сталь 38ХНЗМА	1390	1134

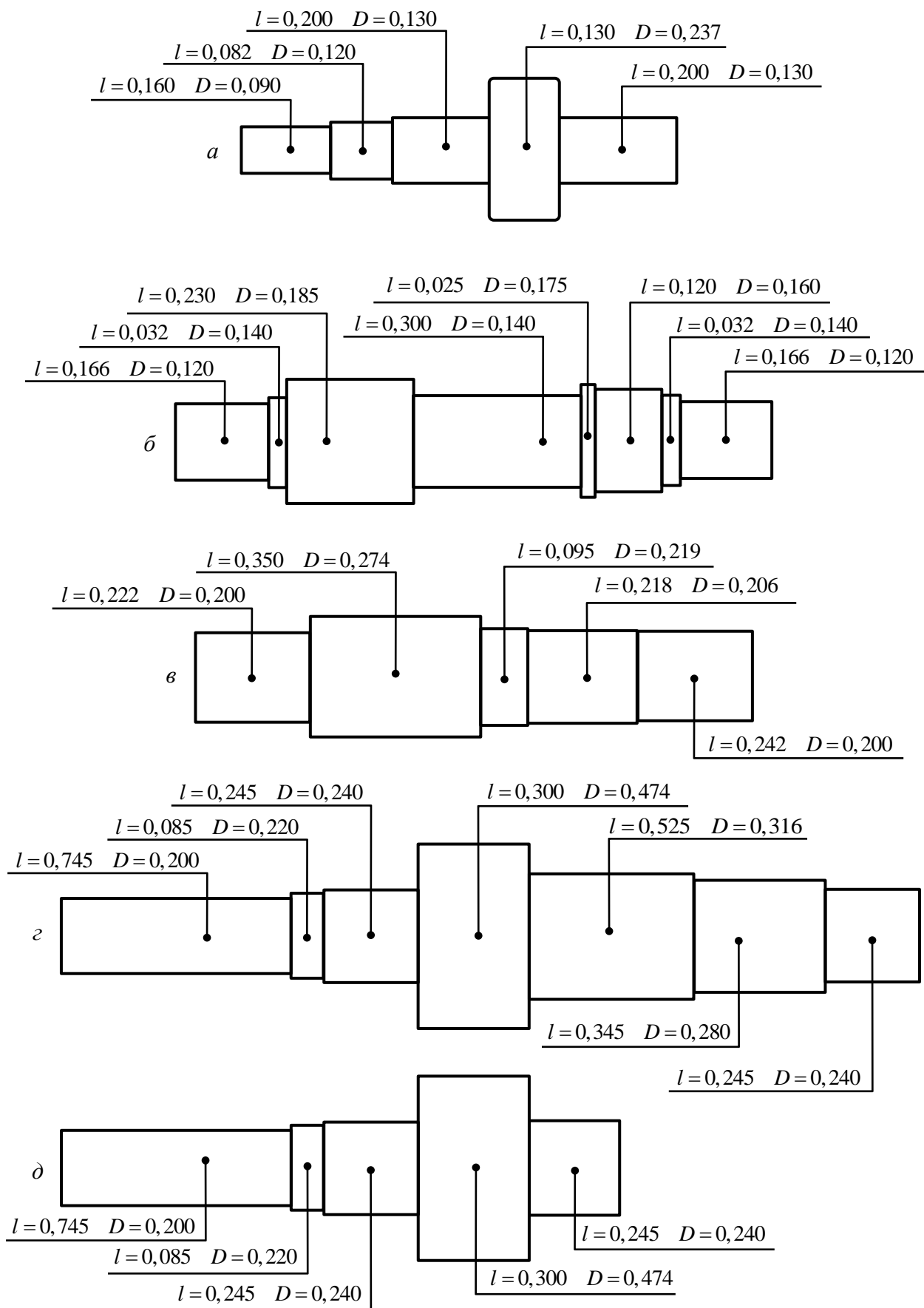


Рис. 8. Эскизы приводного (а), промежуточных (б, в), ведущего (г) и ведомого (д) валов-шестерней комбинированного редуктора

Рассчитывают приведенные к выходному валу электродвигателя суммарный осевой момент инерции редуктора  $J_{ред}$ , осевые моменты инерции верхнего  $J_{ш1}$  и нижнего  $J_{ш2}$  шпинделей (рис.9, а) и осевые моменты инерции верхнего  $J_{вк1}$  и нижнего  $J_{вк2}$  рабочих валков (рис.9, б):

$$\begin{aligned}
 J_{ред} &= \sum \frac{J}{\prod \eta \prod U^2} = \frac{J_{вш1}}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф}} + \frac{J_{вш2} + J_{зк1}}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп} U_1^2} + \frac{J_{вш3} + J_{зк2}}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^2 U_1^2 U_2^2} + \\
 &+ \frac{J_{вш4} + J_{зк3}}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^3 U_{ред}^2} + \frac{J_{вш5}}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^4 U_{ред}^2} = \\
 &= \frac{0,423}{0,99^2 \cdot 0,98} + \frac{0,444 + 2,545}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97 \cdot 2,11^2} + \frac{2,547 + 46,428}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^2 \cdot 2,11^2 \cdot 5,1^2} + \\
 &+ \frac{19,539 + 224,621}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 49,5^2} + \frac{13,907}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 49,5^2} = 1,749 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \\
 J_{ш1} &= \sum \frac{J}{\prod \eta \prod U^2} = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \frac{1}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^4 \eta_{ш}^2 U_{ред}^2} \sum (D^4 - d^4) l = \\
 &= \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot \frac{1}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 0,98^2 \cdot 49,5^2} \times \\
 &\times [(0,380^4 - 0,190^4) \cdot 0,280 + (0,270^4 - 0,230^4) \cdot 0,605 + \\
 &+ (0,380^4 - 0,200^4) \cdot 0,280] = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_{ш2} &= \sum \frac{J}{\prod \eta \prod U^2} = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \frac{1}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^3 \eta_{ш}^2 U_{ред}^2} \sum (D^4 - d^4) l = \\
 &= \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot \frac{1}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 0,98^2 \cdot 49,5^2} \times \\
 &\times [(0,380^4 - 0,190^4) \cdot 0,280 + (0,270^4 - 0,230^4) \cdot 0,605 + \\
 &+ (0,380^4 - 0,200^4) \cdot 0,280] = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_{вк1} &= \sum \frac{J}{\prod \eta \prod U^2} = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \frac{1}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^4 \eta_{ш}^2 \eta_{п.вк}^2 U_{ред}^2} \sum D^4 l = \\
 &= \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot \frac{1}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 0,98^2 \cdot 0,99^2 \cdot 49,5^2} \times \\
 &\times [0,190^4 \cdot 0,195 + 0,260^4 \cdot 0,228 + 0,280^4 \cdot 0,075 + \\
 &+ 0,380^4 \cdot 0,050 + 0,450^4 \cdot 0,400 + 0,380^4 \cdot 0,050 + 0,280^4 \cdot 0,075 + \\
 &+ 0,260^4 \cdot 0,228 + 0,210^4 \cdot 0,167 + 0,190^4 \cdot 0,270] = 0,009 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_{вк2} &= \sum \frac{J}{\prod \eta \prod U^2} = \frac{\pi}{32} \rho_{стл} \frac{1}{\eta_{п.рот}^2 n_{муф} \eta_{цзп}^3 \eta_{ш}^2 \eta_{п.вк}^2 U_{ред}^2} \sum D^4 l = \\
 &= \frac{\pi}{32} \cdot 7800 \cdot \frac{1}{0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 0,98^2 \cdot 0,99^2 \cdot 49,5^2} \times \\
 &\times [0,190^4 \cdot 0,195 + 0,260^4 \cdot 0,228 + 0,280^4 \cdot 0,075 + \\
 &+ 0,380^4 \cdot 0,050 + 0,450^4 \cdot 0,400 + 0,380^4 \cdot 0,050 + 0,280^4 \cdot 0,075 + \\
 &+ 0,260^4 \cdot 0,228 + 0,210^4 \cdot 0,167 + 0,190^4 \cdot 0,270] = 0,009 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

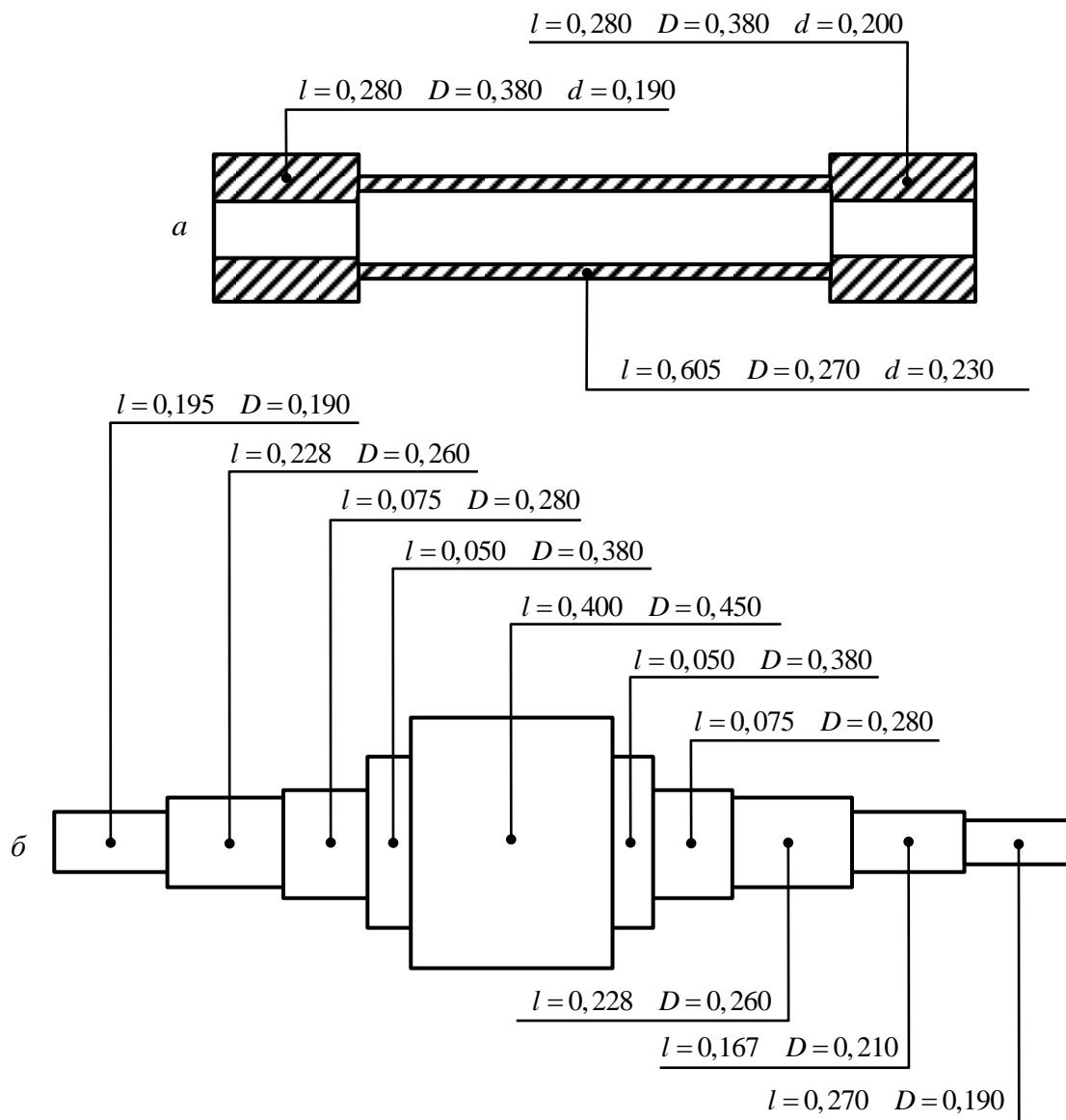


Рис. 9. Эскизы шпинделя (а) и рабочего валка (б)

Вычисляют приведенные к выходному валу электродвигателя осевые моменты инерции сосредоточенных масс дискретной расчетной схемы электропривода:

$$\begin{aligned}
 J_A &= J_{A355MLA8} + \frac{J_{DFR}}{2} = 10,5 + \frac{0,4735}{2} = 10,737 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_B &= \frac{J_{DFR}}{2} + J_{ред} + \frac{J_{ш1}}{2} + \frac{J_{ш2}}{2} = \frac{0,4735}{2} + 1,749 + \frac{0,005}{2} + \frac{0,005}{2} = 1,990 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_C &= \frac{J_{ш1}}{2} + J_{вкл1} = \frac{0,005}{2} + 0,009 = 0,011 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\
 J_D &= \frac{J_{ш2}}{2} + J_{вкл2} = \frac{0,005}{2} + 0,009 = 0,011 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

## Идентификация упругих параметров модели

Вычисляют приведенные к выходному валу электродвигателя крутильные жесткости упругих связей между сосредоточенными массами (рис.10).

$$\frac{1}{C_{AB}} = \sum \frac{\prod \eta}{C} = \frac{\eta_{п.рот}^2 \eta_{муф}}{C_{DFR}} + \frac{1}{\frac{\pi}{32} G_{стл}} \left( \eta_{п.рот}^2 \sum \frac{l}{D^4} + \eta_{п.рот}^2 \eta_{муф} \eta_{цзп} \sum \frac{l}{D^4} \right) = \frac{0,99^2 \cdot 0,98}{556\,000} +$$

$$+ \frac{1}{\frac{\pi}{32} \cdot 8 \cdot 10^{10}} \left[ 0,99^2 \cdot \frac{0,210}{0,100^4} + 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97 \cdot \left( \frac{0,160}{0,090^4} + \frac{0,082}{0,120^4} + \frac{0,200}{0,130^4} \right) \right],$$

откуда  $C_{AB} = 415138 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$ ;

$$\frac{1}{C_{BC}} = \sum \frac{\prod \eta \prod u^2}{C} = \frac{1}{\frac{\pi}{32} G_{стл}} \left( \eta_{п.рот}^2 \eta_{муф} \eta_{цзп}^3 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4} + \right.$$

$$\left. + \eta_{пз}^2 \eta_{м} \eta_{цзп}^3 \eta_{ш}^2 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4 - d^4} + \eta_{п.рот}^2 \eta_{муф} \eta_{цзп}^3 \eta_{ш}^2 \eta_{п.влк}^2 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4} \right) =$$

$$= \frac{1}{\frac{\pi}{32} \cdot 8 \cdot 10^{10}} \left[ 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,245}{0,240^4} + \frac{0,085}{0,220^4} + \frac{0,745 - 0,280}{0,200^4} \right) + \right.$$

$$\left. + 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 0,98^2 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,280}{0,380^4} + \frac{0,605}{0,270^4 - 0,230^4} + \frac{0,280}{0,380^4} \right) + \right.$$

$$\left. + 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^3 \cdot 0,98^2 \cdot 0,99^2 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,167}{0,210^4} + \frac{0,228}{0,260^4} + \frac{0,075}{0,280^4} + \frac{0,050}{0,380^4} \right) \right], \quad (10)$$

откуда  $C_{BC} = 4576 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$ ;

$$\frac{1}{C_{BD}} = \sum \frac{\prod \eta \prod u^2}{C} = \frac{1}{\frac{\pi}{32} G_{стл}} \left( \eta_{п.рот}^2 \eta_{муф} \eta_{цзп}^4 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4} + \right.$$

$$\left. + \eta_{пз}^2 \eta_{м} \eta_{цзп}^4 \eta_{ш}^2 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4 - d^4} + \eta_{п.рот}^2 \eta_{муф} \eta_{цзп}^4 \eta_{ш}^2 \eta_{п.влк}^2 U_{ред}^2 \sum \frac{l}{D^4} \right) =$$

$$= \frac{1}{\frac{\pi}{32} \cdot 8 \cdot 10^{10}} \left[ 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,245}{0,240^4} + \frac{0,085}{0,220^4} + \frac{0,745 - 0,280}{0,200^4} \right) + \right.$$

$$\left. + 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 0,98^2 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,280}{0,380^4} + \frac{0,605}{0,270^4 - 0,230^4} + \frac{0,280}{0,380^4} \right) + \right.$$

$$\left. + 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,97^4 \cdot 0,98^2 \cdot 0,99^2 \cdot 49,5^2 \left( \frac{0,167}{0,210^4} + \frac{0,228}{0,260^4} + \frac{0,075}{0,280^4} + \frac{0,050}{0,380^4} \right) \right],$$

откуда  $C_{BD} = 4718 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$ .

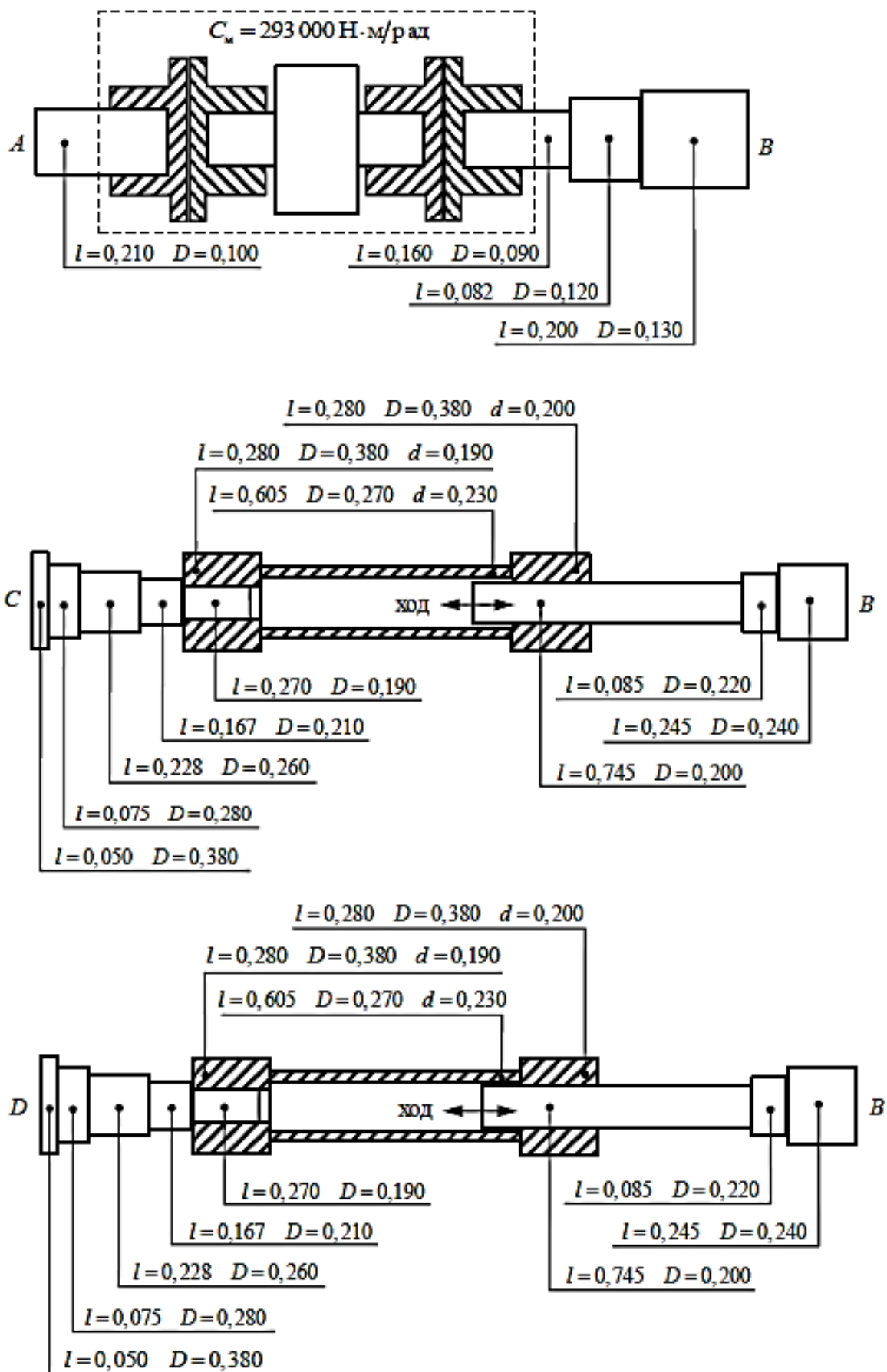


Рис. 10. Упругие связи между сосредоточенными массами

## Заключение

1. Построена крутильно-колебательная модель электропривода рабочей клетки дуо-450, а именно, вычерчена расчетная схема, имеющая разветвленную структуру, и записана система дифференциальных уравнений движения масс.

2. Идентифицированы инерционно-упругие и другие параметры крутильно-колебательной модели электропривода, которые занесены в таблицу исходных данных (табл.4) и необходимы для дальнейшего компьютерного моделирования в среде MathCAD [5, 6].

**Таблица 4.** Параметры крутильно-колебательной модели электропривода

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Осевой момент инерции	$J_A$	10,737	кг·м <sup>2</sup>
Осевой момент инерции	$J_B$	1,990	кг·м <sup>2</sup>
Осевой момент инерции	$J_C$	0,011	кг·м <sup>2</sup>
Осевой момент инерции	$J_D$	0,011	кг·м <sup>2</sup>
Угловая жесткость	$C_{AB}$	415 138	Н·м/рад
Угловая жесткость	$C_{BC}$	4 576	Н·м/рад
Угловая жесткость	$C_{BD}$	4 718	Н·м/рад
Демпфер	$\beta_{AB}$	0,1... 10	Н·м·с/рад
Демпфер	$\beta_{BC}$	$5,4 \times 10^{-5} \dots 5,4 \times 10^{-3}$	Н·м·с/рад
Демпфер	$\beta_{BD}$	$5,4 \times 10^{-5} \dots 5,4 \times 10^{-3}$	Н·м·с/рад
Люфт	$\Delta_{AB}$	0,01... 0,1	рад
Люфт	$\Delta_{BC}$	$2 \times 10^{-4} \dots 2 \times 10^{-3}$	рад
Люфт	$\Delta_{BD}$	$2 \times 10^{-4} \dots 2 \times 10^{-3}$	рад
Внешний момент	$M_A$	2467	Н·м
Внешний момент	$M_C$	1480	Н·м
Внешний момент	$M_D$	987	Н·м
Угловая координата	$\varphi_A$	Переменная величина	рад
Угловая координата	$\varphi_B$	Переменная величина	рад
Угловая координата	$\varphi_C$	Переменная величина	рад
Угловая координата	$\varphi_D$	Переменная величина	рад



## Список литературы

- [1]. Горлова А.А., Родинков С.В. Мелкосортный прокатный стан 280 конструкции ВНИИМЕТМАШ // Заготовительные производства в машиностроении. 2009. №6. С. 31 – 34.
- [2]. Гуськов А.М., Ярьско С.В. Свободные колебания консервативных нелинейных систем с одной степенью свободы: учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2009. 44 с.
- [3]. Колесников А.Г., Яковлев Р.А., Мальцев А.А. Технологическое оборудование прокатного производства. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. 158с.
- [4]. Красовский А.Б. Основы электропривода: учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. 405с.
- [5]. Егорова О.В., Леонов Д.И., Леонов И.В., Павлов Б.И. Применение системы Mathcad в курсовом проектировании по теории механизмов и машин: учеб. пособие / под ред. И.В. Леонова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. 51 с.
- [6]. Мальцев А.А. Динамика и прочность электропривода клетки дуо-160. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2016. 52 с.